V5-01: Difusão Quase Arbitrária na Esfera

SINOPSE

Pontos Centrais:

O ponto central é introduzir e organizar os elementos de matemática que aparecem nas aplicações em coordenadas esféricas, que inicialmente ainda serão tratados em detalhe apenas no caso com simetria axial completa.

Tópicos Essenciais:

Funções de Bessel esféricas $j_n(\xi)$ como uma extensão das funções de Bessel cilíndricas $J_n(\xi)$; relação de n com as dependências angulares envolvidas.

Equação de difusão em coordenadas esféricas, condições iniciais e condições de contorno; descrição de um problema específico.

Separação de variáveis, definição das constantes de separação; equações diferenciais ordinárias e suas soluções.

Discussão das escolhas referentes às constantes de separação γ, μ e ν.

Partes radial (r), azimutal (ϕ) e temporal (t) da base; equações e soluções já conhecidas; falta a parte polar (θ).

Exame do caso do autovalor nulo $\gamma = 0$, onde γ é a constante de separação temporal; determinação das soluções radiais; problemas de condução estacionária de calor e problemas eletrostáticos.

Exame da parte polar: equação associada de Legendre, e o caso particular $m = 0$, que leva à equação de Legendre.

Inicialmente, redução à discussão do caso $m = 0$, ou seja, ao caso com simetria axial (ou simetria azimutal) completa; notação padrão para a equação de Legendre.

Discussão sobre a escolha de n nos casos $\gamma = 0$ e $\gamma \neq 0$; relação com a questão de completicidade da base resultante, que posteriormente será examinada de duas formas diferentes.

Estabelecimento preciso dos elementos dos problemas de relaxação, nos casos interno e externo, por ora apenas no caso axialmente simétrico $m = 0$, tanto para $\gamma = 0$ quanto para $\gamma \neq 0$.

Estabelecimento preciso dos elementos dos problemas de eletrostática, ou seja para $\gamma = 0$, nos casos interno e externo, por ora apenas no caso axialmente simétrico $m = 0$; introdução das expansões de Legendre-Fourier sobre a esfera.