V3-11: O Método da Função de Green

SINOPSE

Pontos Centrais:

O ponto central é a introdução do conceito de função de Green de um problema de condições de contorno. Outro ponto importante é mostrar que mais uma vez a expansão de funções em uma base ortogonal tem um papel central a desempenhar.

Tópicos Essenciais:

Equações diferenciais parciais não-homogêneas; um exemplo simples em uma única dimensão espacial: a corda vibrante; caso no qual o termo não-homogêneo corresponde a uma força pontual.

Solução do problema da corda unidimensional por meios elementares, no caso estático; método para se lidar com o ponto de singularidade; verificação da solução obtida.

Solução do mesmo problema através do uso da base dos senos de Fourier; formas alternativas de se achar a solução; comparação da resposta obtida com a relação de completicidade.

Definição da função de Green; construção e demonstração da forma geral da solução do problema não-homogêneo no caso estático, como uma integral envolvendo a função de Green e a força externa.

Um exemplo de equação diferencial parcial não-homogênea em duas dimensões espaciais: a membrana quadrada; caso no qual o termo não-homogêneo corresponde a uma força pontual; caso estático.

Comportamento da função de Green nas imediações do ponto singular; dedução da divergência logarítmica por meios elementares, com algumas hipóteses simplificadoras.

Solução do problema bidimensional através do uso da base dos senos de Fourier; discussão da convergência da série resultante; discussão da singularidade da função de Green e da convergência da série em dimensões maiores.

Demonstrações:

Demonstração da fórmula integral de Green para a solução de uma equação diferencial parcial não-homogênea, com uma força externa estática qualquer.

Exemplos:

A corda vibrante e a membrana quadrada, no limite estático.